AD/TO – AOCP – 2012

01. Considere as seguintes proposições:
p: O restaurante está fechado.
q: O computador está ligado.
A sentença "O restaurante não está fechado e o computador não está ligado" assume valor lógico verdadeiro quando
(A) *p* é verdadeira e *q* é verdadeira.
(B) *p* é falsa e ~*q* é falsa.
(C) *p* é verdadeira e ~*p* é verdadeira.
(D) *p* é falsa e q é falsa.
(E) ~*p* é falsa e ~*q* é falsa.

Resolução:

Lembramos inicialmente que, uma ***conjunção*** ("e") será ***verdadeira*** se ambas as partes que a compõe forem ***verdadeiras***, nesse caso, teremos:

$$\text{"}\underbrace{\text{O restaurante }\textbf{não está}\text{ fechado}}_{\textbf{V}}\ \textbf{ e }\ \underbrace{\text{o computador }\textbf{não está}\text{ ligado}}_{\textbf{V}}\text{"}$$

Portanto, se a ***proposição simples*** "O restaurante ***não está*** fechado" tem que ser considerada ***verdadeira***, então a ***proposição simples*** "O restaurante **está** fechado" será considerada ***falsa***; e, se a ***proposição simples*** "o computador **não está** ligado" tem que ser considerada, também como ***verdadeira***, então a ***proposição simples*** "o computador **está** ligado", também será considerada ***falsa***. Logo:

p: O restaurante **está** fechado: **F**
q: O computador **está** ligado: **F**

Gabarito, letra "D".

02. Em um bairro da cidade, as famílias foram entrevistadas. Nesta entrevista, a primeira pergunta era “Sua família possui gatos?” e a segunda era “Sua família possui cachorros?”. Constatou-se que 218 famílias responderam “sim” na segunda pergunta, 307 responderam “não” na primeira pergunta e 74 responderam “sim” em ambas as perguntas. Sabendo que neste bairro 418 famílias foram entrevistadas, quantas famílias possuem apenas gatos?
(A) 21 famílias.
(B) 28 famílias.
(C) 31 famílias.
(D) 37 famílias.
(E) 43 famílias.

Resolução:

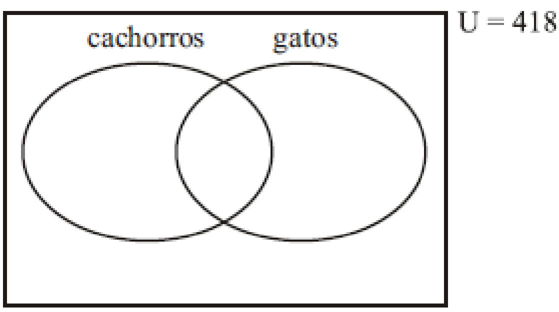
De acordo com a pesquisa feita com 418 famílias de um determinado bairro de cidade, foram obtidas as seguintes respostas:

(a) 218 famílias responderam que possuíam cachorros;
(b) 307 responderam que não possuíam gatos;
(c) 74 possuíam gatos e cachorros;

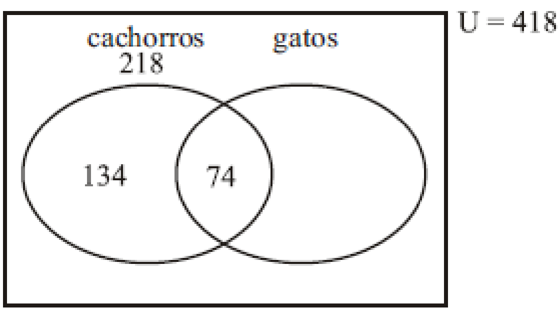
Perguntas feitas:
1ª pergunta: “Sua família possui gatos?”
2ª pergunta: “Sua família possui cachorros?”

Representando os raciocínios anteriores no diagrama de *Euller-Venn*, teremos:

1º raciocínio: “...418 famílias foram entrevistadas...”.

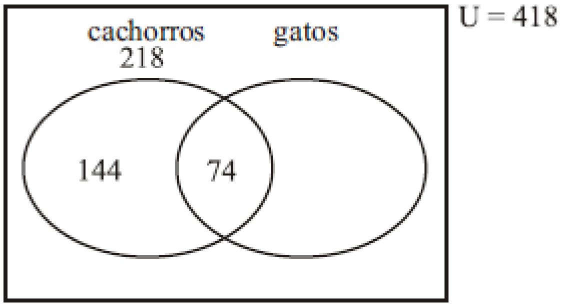


2º raciocínio: “...74 responderam “sim” em ambas as perguntas.”.



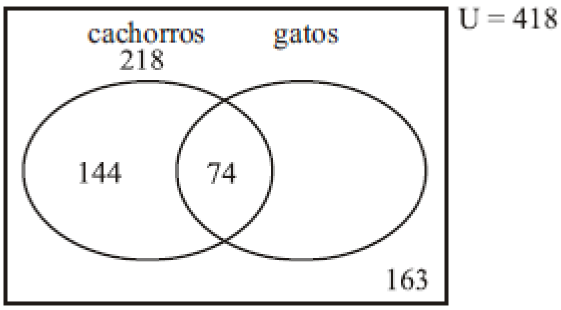
3º raciocínio: “Constatou-se que 218 famílias responderam “sim” na segunda pergunta...”.

Portanto: 218 – 74 = 144 famílias responderam que possuem, ***somente***, ***cachorro*** em suas residências.



4º raciocínio: “...307 responderam “não” na primeira pergunta.”.

Nesse caso, tem-se que 307 famílias afirmam não possui gatos em suas residências, ou seja, podem possuir cachorros ou não. Sabendo-se que 144 famílias possuem cachorros, então, assim, 307 – 144 = 163 pessoas não possuem nem gatos, nem cachorros!

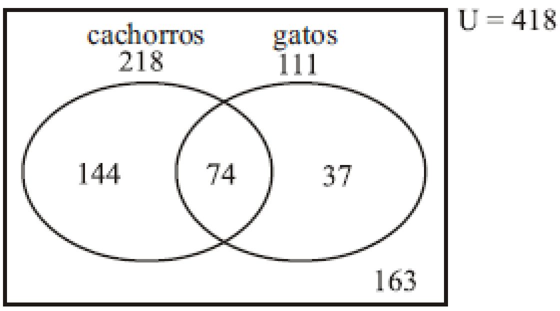


5º raciocínio: determinação do número de pessoas que possuem, ***somente***, ***gatos***.

Do total de pessoas entrevistadas (418) subtrairemos as quantidades encontradas até aqui:

Possuem ***somente gatos*** = 418 – (74 + 144 + 163) = 418 – 381 = 37 *famílias*.

Diagrama final:



Gabarito, letra “D”.

03. Lucas, Vitor e Gustavo saíram juntos. Um deles vestia uma camiseta branca, outro vestia uma camiseta azul e outro vermelha. Sabendo que:

- ou Lucas está de branco ou Vítor está de branco;
- ou Lucas está de azul ou Gustavo está de branco;
- ou Vítor está de vermelho, ou Gustavo está de vermelho.

Indique quais são as cores das camisetas de Lucas, Vítor e Gustavo, respectivamente.
(A) azul, branca e vermelha.
(B) branca, azul e vermelha.
(C) azul, vermelha e branca.
(D) vermelha, branca e azul.
(E) vermelha, azul e branca.

Resolução:

Devemos atentar para o ***conectivo lógico*** em questão: ***disjunção exclusiva***. Se duas ***proposições simples*** estiverem conectadas pela ***disjunção exclusiva*** "***ou...ou***" ("A $\underline{\vee}$ B"), então, essa ***proposição composta*** só será ***verdadeira*** se ambas possuírem ***valorações opostas***, ou seja, se a **1ª parte** for ***verdadeira***, a **2ª parte** deverá ser ***falsa***, necessariamente.

P_1 : **ou** Lucas está de branco **ou** Vítor está de branco;
P_2 : **ou** Lucas está de azul **ou** Gustavo está de branco;
P_3 : **ou** Vítor está de vermelho, **ou** Gustavo está de vermelho.

Assim, consideraremos, inicialmente, a **1ª parte** da *premissa* **(1)** como sendo ***verdadeira*** **(1º passo)**, e por conseguinte sua **2ª parte** como sendo ***falsa*** **(2º passo)**.

Observação: poderíamos considerar a **1ª parte** como sendo ***falsa*** e a **2ª parte** como sendo ***verdadeira***.

$$P_1 : \underbrace{\text{Lucas está de branco}}_{1^o\ \mathbf{(V)}} \ \underline{\vee}\ \underbrace{\text{Vítor está de branco}}_{2^o\ \mathbf{(F)}};$$
$$P_2 : \text{Lucas está de azul}\ \underline{\vee}\ \text{Gustavo está de branco};$$
$$P_3 : \text{Vítor está de vermelho}\ \underline{\vee}\ \text{Gustavo está de vermelho}.$$

Por enquanto, temos a seguinte ***conclusão***: "Lucas está de branco"! Sabendo-se que Lucas está de branco, logo ele ***não*** poderá estar de azul o que torna a **1ª parte** da ***disjunção exclusiva*** da ***premissa* 2** como ***falsa*** **(3º passo)** e, consecutivamente, sua **2º parte** deverá ser, necessariamente, ***verdadeira*** **(4º passo)**.

$$P_1 : \underbrace{\text{Lucas está de branco}}_{1^o\ \mathbf{(V)}} \ \underline{\vee}\ \underbrace{\text{Vítor está de branco}}_{2^o\ \mathbf{(F)}};$$
$$P_2 : \underbrace{\text{Lucas está de azul}}_{3^o\ \mathbf{(F)}}\ \underline{\vee}\ \underbrace{\text{Gustavo está de branco}}_{4^o\ \mathbf{(V)}};$$
$$P_3 : \text{Vítor está de vermelho}\ \underline{\vee}\ \text{Gustavo está de vermelho}.$$

Observação: Aqui encontramos uma ***incoerência lógica***, já que estamos afirmando que ***Lucas*** e ***Gustavo*** estavam de ***brancos***; portanto, devemos retornar ao ***início*** das atribuições dos ***valores lógicos*** e inverter os ***valores lógicos*** atribuídos à ***premissa* 1**. Assim, teremos:

$$P_1: \underbrace{\text{Lucas está de branco}}_{1^o\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Vítor está de branco}}_{2^o\ \mathbf{(V)}};$$
$$P_2: \text{Lucas está de azul} \veebar \text{Gustavo está de branco};$$
$$P_3: \text{Vítor está de vermelho} \veebar \text{Gustavo está de vermelho}.$$

Sabendo-se que "Vítor está de branco", logo, Gustavo ***não*** poderá estar de branco o que torna a **2ª parte** da ***disjunção exclusiva*** da ***premissa* 2** como sendo ***falsa*** e, consecutivamente, sua **1ª parte** "Lucas está de azul" será ***verdadeira***.

$$P_1: \underbrace{\text{Lucas está de branco}}_{1^o\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Vítor está de branco}}_{2^o\ \mathbf{(V)}};$$
$$P_2: \underbrace{\text{Lucas está de azul}}_{4^o\ \mathbf{(V)}} \veebar \underbrace{\text{Gustavo está de branco}}_{3^o\ \mathbf{(F)}};$$
$$P_3: \text{Vítor está de vermelho} \veebar \text{Gustavo está de vermelho}.$$

Para última ***premissa* 3,** sabe-se que "Vítor está de vermelho" é uma ***proposição simples falsa***, já que o mesmo está de branco, restando-nos confirmar, como ***verdadeiro***, que "Gustavo está de vermelho".

$$P_1: \underbrace{\text{Lucas está de branco}}_{1^o\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Vítor está de branco}}_{2^o\ \mathbf{(V)}};$$
$$P_2: \underbrace{\text{Lucas está de azul}}_{4^o\ \mathbf{(V)}} \veebar \underbrace{\text{Gustavo está de branco}}_{3^o\ \mathbf{(F)}};$$
$$P_3: \underbrace{\text{Vítor está de vermelho}}_{5^o\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Gustavo está de vermelho}}_{6^o\ \mathbf{(V)}}.$$

Como *conclusão* desse *argumento válido*, teremos que: "Vítor está de branco", "Lucas está de Azul" e "Gustavo está de vermelho".

Gabarito, letra "A".

04. Considere a sentença "Se João é vendedor de roupas, então Maurício é vendedor de joias." Considere também, as informações a seguir:

I. Se Maurício não é vendedor de joias, então João não é vendedor de roupas.
II. João não é vendedor de roupas ou Maurício é vendedor de joias.
III. Se Maurício é vendedor de joias, então João é vendedor de roupas.

A(s) afirmação(ões) equivalente(s) à sentença inicial é(são):
(A) Apenas I.
(B) Apenas II.
(C) Apenas I e II.
(D) Apenas I e III.
(E) Apenas II e III.

Resolução:

Seja a ***sentença*** representada pela ***condicional***: "Se João é vendedor de roupas, então Maurício é vendedor de joias."

Dada uma ***condicional*** do tipo: "$p \rightarrow q$", podemos obter **2** ***proposições equivalentes*** a essa ***condicional*** utilizando-se de 2 conceitos: ***contrapositiva*** ou ***contraposição*** e pela ***Teoria da involução*** ou ***dupla negação***, a se ver:

- Equivalência pela ***contrapositiva*** ou ***contraposição***: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$.
- Equivalência pela ***Teoria da Involução*** ou ***dupla negação***: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$.

Obtendo tais ***equivalências*** pela ***linguagem corrente***, teremos:

Pela ***contrapositiva*** ou ***contraposição***: "Se João **é** vendedor de roupas, então Maurício **é** vendedor de joias" ***é equivalente a*** "Se Maurício **não é** vendedor de joias, então João não é vendedor de roupas". **(I)**

Pela ***Teoria da Involução*** ou ***dupla negação***: "Se João **é** vendedor de roupas, então Maurício **é** vendedor de joias" ***é equivalente a*** "João **não é** vendedor de roupas **ou** Maurício é vendedor de joias". **(II)**

A expressão do **item III: "**Se Maurício é vendedor de joias, então João é vendedor de roupas" representa a ***recíproca*** da condicional "Se João **é** vendedor de roupas, então Maurício **é** vendedor de joias" e, como sabido, ***não são equivalentes***.

Gabarito, letra "C".

05. Considere as assertivas a seguir, sendo *p* e *q* proposições, e assinale a alternativa que aponta a(s) correta(s).

I. $p \vee \sim p$ assume o valor lógico verdadeiro, quaisquer que sejam os valores lógicos das variáveis sentenciais.
II. $q \wedge \sim q$ assume o valor lógico falso, quaisquer que sejam os valores lógicos das variáveis sentenciais.
III. $p \rightarrow p \vee q$, quaisquer que sejam as variáveis sentenciais.

(A) Apenas I.
(B) Apenas II.
(C) Apenas III.
(D) Apenas I e II.
(E) I, II e III.

Resolução:

ATENÇÃO: No **item III** não foi ***mencionado*** os possíveis ***valores lógicos*** que as proposições "*p*" e "*q*" podem assumir, o que já seria passível de ***anulação***, mas para "***não*** perdermos essa questão" consideraremos ***todos os possíveis valores lógicos*** assumidos por "*p*" e "*q*".

Adotando-se todos os possíveis ***valores lógicos*** às ***proposições simples*** "*p*" e "*q*", obteremos as ***tabelas-verdades*** das 3 ***proposições compostas*** apresentadas nos itens "I", "II" e "III".

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

p	$\vee$	$\sim p$
V	**V**	F
F	**V**	V
1º	**2º**	**1º**

Item I

q	$\wedge$	$\sim q$
V	**F**	F
F	**F**	V
1º	**2º**	**1º**

Item II

p	$\rightarrow$	$(p$	$\vee$	$q)$
V	**V**	V	V	V
V	**V**	V	V	F
F	**V**	F	V	V
F	**V**	F	F	F
1º	**3º**	**1º**	**2º**	**1º**

Item III

I. $p \vee \sim p$: assume o *valor lógico* *<u>verdadeiro</u>, quaisquer que sejam os valores lógicos das variáveis sentenciais*.

Item CERTO.

II. $q \wedge \sim q$: assume o ***valor lógico <u>falso</u>***, quaisquer que sejam os valores lógicos das variáveis sentenciais.

Item CERTO.

III. $p \rightarrow p \vee q$: ***quaisquer que sejam as variáveis sentenciais***. (faltou atribuir os possíveis valores lógicos às proposições simples *p* e *q*)

Item CERTO.

Gabarito, letra "E".

06. Dois amigos disputavam um jogo, no qual é atribuído três pontos por vitória e é retirado dois pontos por derrota em cada rodada. Sabendo que ambos começaram com 10 pontos, que um deles ganhou exatamente quatro rodadas e o outro terminou o jogo com 11 pontos, então, quantas rodadas os amigos jogaram?
(A) 5
(B) 6
(C) 7
(D) 8
(E) 9

Resolução:

De acordo com o texto podemos inferir que, se um deles ***ganhou*** exatamente ***4 rodadas***, logo o outro, que fez 11 pontos, ***perdeu 4 rodadas***. Se é atribuído 3 pontos por vitória e retirado 2 pontos por derrota, então, aquele que fez 11 pontos jogou "x" partidas e perdeu 4 delas, então esse amigo ganhou "$x – 4$" partidas e, iniciando-se com 10 pontos, teremos o seguinte raciocínio para a ***montagem da equação*** a seguir: "a quantidade de pontos que ***ganhou*** ("$3\times(x – 4)$") subtraído da quantidade de pontos que ***perdeu*** ("2×4") será igual a quantidade de pontos que ***conquistou*** ("1")".

Observação: aquele que ficou com **11 pontos**, conquistou apenas **1 ponto**, já que os amigos iniciaram com **10 pontos** cada!

$$3\times(x-4)-2\times4=1 \quad\Rightarrow\quad 3x-12-8=1 \quad\Rightarrow\quad 3x=1+20 \quad\Rightarrow\quad 3x=21$$

$$\Rightarrow\quad x=\frac{21}{3} \quad\Rightarrow\quad x=7\ partidas.$$

Gabarito, letra "C".

07. Gabriela, Denise e Dani foram às compras. Uma delas comprou um vestido, outra comprou um sapato e outra comprou uma bolsa. Sabe-se que:

- ou Denise comprou o vestido, ou Gabriela comprou o vestido;
- ou Dani comprou a bolsa, ou Denise comprou a bolsa;
- ou Gabriela comprou a bolsa, ou Dani comprou o sapato.

Então, Gabriela, Denise e Dani compraram, respectivamente,
(A) vestido, bolsa e sapato.
(B) bolsa, sapato e vestido.
(C) vestido, sapato e bolsa.
(D) sapato, vestido e bolsa.
(E) sapato, bolsa e vestido.

Resolução:

Para esse exercício, utilizaremos o mesmo raciocínio utilizado na 3ª questão.

Considere as seguintes ***premissas*** do ***argumento***:

P_1 : **ou** Denise comprou o vestido, **ou** Gabriela comprou o vestido;
P_2 : **ou** Dani comprou a bolsa, **ou** Denise comprou a bolsa;
P_3 : **ou** Gabriela comprou a bolsa, **ou** Dani comprou o sapato.

Assim, consideraremos, inicialmente, a **1ª parte** da ***disjunção exclusiva*** da ***premissa*** **(1)** como sendo ***falsa*** **(1º passo)**, e por conseguinte sua **2ª parte** como sendo ***verdadeira*** **(2º passo)**.

$$P_1: \underbrace{\text{Denise comprou o vestido}}_{1^o\ \textbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Gabriela comprou o vestido;}}_{2^o\ \textbf{(V)}}$$
$$P_2: \text{Dani comprou a bolsa} \veebar \text{Denise comprou a bolsa;}$$
$$P_3: \text{Gabriela comprou a bolsa} \veebar \text{Dani comprou o sapato.}$$

Se “Gabriela comprou o vestido” é uma ***proposição verdadeira***, então, na **3ª** ***premissa*** a ***proposição simples*** “Gabriela comprou a bolsa” será, necessariamente, ***falsa*** e, consecutivamente, por definição, a outra parte dessa ***disjunção exclusiva*** será ***verdadeira***.

$$P_1: \underbrace{\text{Denise comprou o vestido}}_{1^o\ \textbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Gabriela comprou o vestido;}}_{2^o\ \textbf{(V)}}$$
$$P_2: \text{Dani comprou a bolsa} \veebar \text{Denise comprou a bolsa;}$$
$$P_3: \underbrace{\text{Gabriela comprou a bolsa}}_{3^o\ \textbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Dani comprou o sapato.}}_{4^o\ \textbf{(V)}}$$

Sendo ***verdade*** que “Dani comprou o sapato”, então será ***falso*** que “Dani comprou a bolsa”, portanto, a **1ª parte** da ***disjunção exclusiva*** da **2ª *premissa*** será ***falsa*** e, consecutivamente, sua **2ª parte** será ***verdadeira***.

$$P_1: \underbrace{\text{Denise comprou o vestido}}_{1^{o}\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Gabriela comprou o vestido;}}_{2^{o}\ \mathbf{(V)}}$$

$$P_2: \underbrace{\text{Dani comprou a bolsa}}_{5^{o}\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Denise comprou a bolsa;}}_{6^{o}\ \mathbf{(V)}}$$

$$P_3: \underbrace{\text{Gabriela comprou a bolsa}}_{3^{o}\ \mathbf{(F)}} \veebar \underbrace{\text{Dani comprou o sapato.}}_{4^{o}\ \mathbf{(V)}}$$

Logo, podemos concluir que: “Gabriela comprou o vestido”, “Denise comprou a bolsa” e “Dani comprou o sapato”.

Gabarito, letra “A”.

08. Uma sala de aula com trinta alunos, combinou de comprar um presente para a professora, mas cinco alunos não pagaram, aumentando R$ 6,00 para cada um dos outros alunos. Então, quanto custou o presente para a professora?
(A) R$ 1.000,00
(B) R$ 900,00
(C) R$ 850,00
(D) R$ 800,00
(E) R$ 750,00

Resolução:

Chamaremos de "x" o valor contribuído por cada um dos 30 alunos para a compra do presente para a professora. Nesse caso se 30 alunos comprassem o presente, eles teriam pagado uma quantia de: "$30x$".

Porém, como 5 alunos não participaram dessa contribuição, então, o presente foi comprado por, apenas, 25 alunos (30 – 5) o que acarretou num acréscimo individual de R$ 6,00 para cada um dos que contribuíram, custando o presente, nessas condições, uma valor de: "$25(x + 6)$".

Sabendo-se que o ***valor do presente não sofreu variação*** em seu valor, então, tem-se a seguinte relação: $30x = 25.(x + 6)$

$$30x = 25(x + 6) \quad \Rightarrow \quad 30x = 25x + 25.6 \quad \Rightarrow \quad 30x - 25x = 150 \quad \Rightarrow \quad 5x = 150$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{150}{5} \quad \Rightarrow \quad x = 30.$$

Portanto, o ***valor pago*** por aqueles que compraram o presente foi de:

Valor pago: $25(x + 6) = 25.(30 + 6) = 25.36 =$ R$ 900,00.

Gabarito, letra "B".

09. Se A e B são conjuntos distintos e $A \cap B = B$, pode-se sempre afirmar que
(A) $A = B$
(B) $B \subset A$
(C) $A \subset B$
(D) $A = \emptyset$
(E) $A \cup B \subset B$

Resolução:

Demonstraremos a resolução adotando valores para os conjuntos A e B.

Sejam os conjuntos: $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ e $B = \{1; 3; 5\}$.

Observem que: $A \cap B = B$, ou seja:

$$\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\} \cap \{1; 3; 5\} = \{1; 3; 5\}.$$

Portanto, podemos concluir que o conjunto B está contido no conjunto A ou, simbolicamente:

$$\text{“}B \subset A\text{”}$$

Gabarito, letra “B”

10. Considere a sequência (0, 3, 6, 9,...) e responda qual é a soma dos seis primeiros termos?
(A) 31
(B) 36
(C) 40
(D) 44
(E) 45

Resolução:

Como a quantidade de parcelas a ser somada é pequena, somaremos um a um, os 6 primeiros termos da sequência acima que, aumenta 3 unidades cada termo subsequente.

0 + 3 + 6 + 9 + 12 + 15 = 45

Gabarito, letra "E"

Outra forma de somarmos os 6 primeiros termos dessa ***progressão aritmética*** de ***razão* 3** é utilizarmos a fórmula que define a soma "*n*" primeiros termos de uma ***progressão aritmética***, dada por:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}, \text{ onde } \begin{cases} a_1 = 1^{\text{o}} \text{ termo da } \textbf{\textit{sequência}} \text{ (PA)} \\ a_n = n-\text{ésimo termo da } \textbf{\textit{sequência}} \text{ (PA)} \\ n = \text{número de termos da } \textbf{\textit{sequência}} \text{ (PA)} \end{cases}$$

Dada a ***progressão aritmética***: PA(0; 3; 6; 9; ...), tem-se que:

$a_1 = 0$
$r = a_2 - a_1 = 3 - 0 = 3$

Lembre-se que: *razão* de uma PA é o valor que corresponde a ***diferença de dois termos consecutivos***, o ***subsequente*** pelo ***antecedente***.

Para determinarmos o 6º termo (a_6) utilizaremos a fórmula do ***Termo Geral*** de uma PA que, conhecendo-se o **1º *termo***, a ***razão*** e a ***posição*** do termo desconhecido na sequência (o 6º termo equivale a 6ª posição), é possível conhecer o seu valor; que é dada por:

$$\underbrace{a_n = a_1 + (n-1).r}_{\substack{\textit{fórmula do} \\ \textit{Termo Geral}}}, \text{ onde } \begin{cases} a_1 = 1^{\text{o}} \text{ termo da sequência (PA)} \\ a_n = n-\text{ésimo termo da sequência (PA)} \\ n = \text{número de termos da sequência (PA)} \\ \text{r} = \text{razão da progressão aritmética (PA)} \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n-1).r \quad \Rightarrow \quad a_6 = 0 + (6-1).3 \quad \Rightarrow \quad a_6 = 5.3 \quad \Rightarrow \quad a_6 = 15$$

Aplicando-se a fórmula que determina a soma dos termos de uma PA, que, nesse caso, para os *6 primeiros termos*, teremos:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2} \Rightarrow S_6 = \frac{(0+15).6}{2} \Rightarrow S_6 = \frac{15.\cancel{6}^{3}}{\cancel{2}} \Rightarrow S_6 = 15.3 \Rightarrow S_6 = 45$$

Gabarito, letra “E”