ATA/TO – AOCP - 2012

01. Considere três conjuntos finitos X, Y e Z. Sabendo que

I. X ∩ Y tem 16 elementos;
II. X ∩ Z tem 7 elementos e
III. X ∩ Y ∩ Z tem 2 elementos.

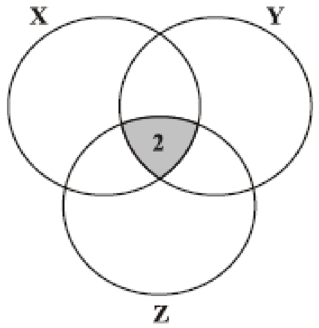
O número de elementos de (Y ∪ Z) ∩ X é

(A) 2. (B) 7. (C) 16. (D) 21. (E) 25.

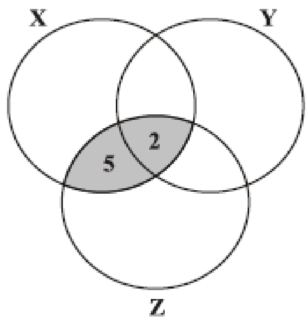
Resolução:

Inicialmente, representaremos o que foi dado pelo enunciado:

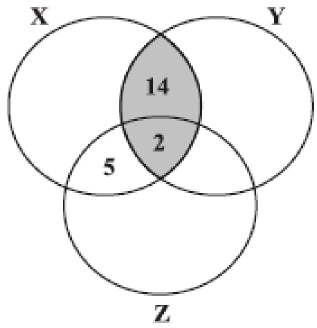
III. X ∩ Y ∩ Z tem 2 elementos.



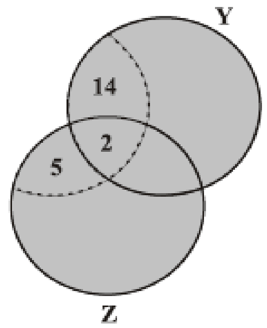
II. X ∩ Z tem 7 elementos



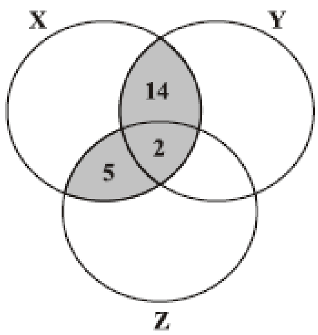
III. X ∩ Y tem 16 elementos



Primeiramente, determinaremos (Y ∪ Z):



E, a seguir, (Y ∪ Z) ∩ X :



14 + 2 + 5 = 21 elementos

Gabarito, letra “D”

02. Sendo **p** a proposição **"Juliana gosta de Matemática"** e **q** a proposição **"Nayara gosta de Física"**, assinale a alternativa que corresponde à seguinte proposição em **linguagem simbólica**: **"Se Nayara gosta de Física, então Juliana gosta de Matemática"**

(A) $p \wedge q$
(B) $(\sim p) \vee q$
(C) $q \rightarrow p$
(D) $(\sim p) \wedge (\sim q)$
(E) $q \leftrightarrow q$

Transformando a linguagem corrente ou natura ou extensa na forma: **"Se Nayara gosta de Física, então Juliana gosta de Matemática"**, para a linguagem simbólica, teremos:

$$\text{"Se } \underbrace{\text{Nayara gosta de Física}}_{q}\text{, } \underbrace{\text{então}}_{\rightarrow} \underbrace{\text{Juliana gosta de Matemática}}_{p}\text{":} \qquad \underbrace{q \rightarrow p}_{\substack{\text{representação} \\ \text{simbólica}}}$$

Gabarito, letra "C"

03. Considere a sentença: **“Se Ana é professora, então Camila é médica.”** A proposição equivalente a esta sentença é
(A) Ana não é professora ou Camila é médica.
(B) Se Ana é médica, então Camila é professora.
(C) Se Camila é médica, então Ana é professora.
(D) Se Ana é professora, então Camila não é médica.
(E) Se Ana não é professora, então Camila não é médica.

Existem duas ***equivalências particulares*** em relação a uma ***condicional*** do tipo **“*Se A, então B*”**.

1ª) Pela ***contrapositiva*** ou ***contraposição***: “***Se A, então B*”** é ***equivalente*** a “***Se ~B, então ~A*”**

“**Se** Ana **é** professora, **então** Camila **é** médica**.”** Será ***equivalente*** a:

“**Se** Camila **não é** médica, **então** Ana **não é** professora.”

2ª) Pela ***Teoria da Involução*** ou ***Dupla Negação***: “***Se A, então B*”** é ***equivalente*** a **“*~A ou B*”**

“**Se** Ana **é** professora, **então** Camila **é** médica.” Será ***equivalente*** a:

“Ana **não é** professora **ou** Camila **é** médica.”

Ficaremos, então, com a ***segunda equivalência***, já que esta configura no gabarito.

Gabarito, letra “A”

04. Seja A e B conjuntos quaisquer, assinale a alternativa INCORRETA.
(A) $A \subset (A \cup B)$ e $B \subset (A \cup B)$.
(B) $A \cup \emptyset = A$ e $A \cap \emptyset = \emptyset$.
(C) $(A \cap B) \subset A$.
(D) $A \cup (B \cap A) = A$.
(E) $A \subset B \Leftrightarrow (A \cup B) = A$.

Resolução:

Lembre-se, inicialmente, que:
(a) O conjunto vazio ($\emptyset$) é <u>subconjunto</u> de qualquer conjunto.
(b) seja A um conjunto qualquer, diferente do conjunto vazio, logo, tem-se <u>por definição</u>, que:
(b.1) $A \cup \emptyset = A$.
(b.2) $A \cap \emptyset = \emptyset$.

E, denotaremos de: $\begin{cases} A = \{1; 2; 3; 4; 5\} \\ B = \{4; 5; 6; 7; 8\} \end{cases}$.

Analisando-se alternativa por alternativa, teremos:

(A) $A \subset (A \cup B)$ e $B \subset (A \cup B)$.

$A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
$B = \{4; 5; 6; 7; 8;\}$
$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8;\}$

Logo, é verdade que “A” está contido em “$A \cup B$” e, “B” está contido em “$A \cup B$”. Portanto, esta alternativa está **CORRETA**.

(B) $A \cup \emptyset = A$ e $A \cap \emptyset = \emptyset$.

Como dito anteriormente, por definição, essa alternativa está **CORRETA**.

(C) $(A \cap B) \subset A$.

$A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
$B = \{4; 5; 6; 7; 8;\}$
$A \cap B = \{4; 5\}$

Logo, é verdade que “$A \cap B$” está contido em “A”, portanto, esta alternativa está **CORRETA**.

(D) $A \cup (B \cap A) = A$.

$A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
$B = \{4; 5; 6; 7; 8;\}$
$A \cap B = B \cap A = \{4; 5\}$
$A \cup (B \cap A) = \{1; 2; 3; 4; 5\} \cup \{4; 5\} = \{1; 2; 3; 4; 5\} = A$

Logo, é verdade que “$A \cup (B \cap A) = A$”, portanto, esta alternativa está **CORRETA**.

(E) A $\subset$ B $\Leftrightarrow$ (A $\cup$ B) = A.

Para essa alternativa, consideraremos os seguintes conjuntos: $\begin{cases} A = \{1; 2; 3\} \\ B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\} \end{cases}$. Logo, podemos observar que o conjunto “A” está contido no conjunto “B”, ou seja, simbolicamente, “A $\subset$ B”.

Agora, devemos provar que, se “A $\subset$ B”, então “(A $\cup$ B) = A”.

A $\cup$ B = {1; 2; 3} $\cup$ {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8} = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8} = B

Logo, esta alternativa está **INCORRETA**.

Gabarito, letra “E”

05. Seja $p(x)$ uma proposição com uma variável x em um universo de discurso. Qual dos itens a seguir define a negação dos quantificadores?

I. $\sim[(\forall x)(p(x))] \Leftrightarrow (\exists x)(\sim p(x))$
II. $\sim[(\exists x)(p(x))] \Leftrightarrow (\exists x)(\sim p(x))$
III. $\sim[(\exists x)(p(x))] \Leftrightarrow (\forall x)(\sim p(x))$
(A) Apenas I.
(B) Apenas I e III.
(C) Apenas III.
(D) Apenas II.
(E) Apenas II e III.

Resolução:

A questão trata-se da ***negação*** de uma ***proposição funcional*** ou ***quantificada***.

Lembramos que, uma ***proposição funcional*** é formada, essencialmente, por ***duas partes***: um ***quantificador*** (***existencial*** "$\exists$" ou ***universal*** "$\forall$") e um ***predicado***; sendo o ***predicado*** em função da ***variável*** que aparece juntamente ao ***quantificador lógico***.

Por exemplo, têm-se as seguintes ***proposições funcionais***:

(a) $(\exists x)(x > 0)(x + 3 = 7)$, onde lê-se: "existe um valor para *x*, sendo *x* maior que zero, tal que *x* mais 3 é igual a 7".

(b) $(\forall x)(x \in N)(x - 1 < 5)$, onde lê-se: "para todo (ou qualquer) valor para *x*, sendo *x* pertencente ao conjunto dos naturais, tem-se que *x* menos um é menor que 5".

Para negarmos uma proposição funcional, devemos seguir 3 passos, a saber:

1º passo: *trocar o quantificador*. Se for ***existencial***, ***trocar*** para o ***universal***. Se for o ***universal***, ***trocar*** para o ***existencial***.

2º passo: *manter a condição de existência, caso exista*.

3º passo: *negar o predicado*.

Exemplos:

(a) $\sim[(\exists x)(x > 0)(x + 3 = 7)] \Leftrightarrow (\forall x)(x > 0)(x + 3 \neq 7)$ – "trocou o quantificador existencial "$\exists$" pelo universal "$\forall$" e negou o predicado *x* + 3 = 7".

(b) $\sim[(\forall x)(x \in N)(x - 1 < 5)] \Leftrightarrow (\exists x)(x \in N)(x - 1 \geq 5)$ – "trocou o quantificador universal "$\forall$" pelo existencial "$\exists$" e negou o predicado *x* – 1 < 5".

Assim, das opções dadas pelo enunciado da questão, analisaremos qual(ais) dela(s) representam corretamente a ***negação*** de uma ***proposição funcional*** ou ***quantificada***.

I. $\sim[(\forall x)(p(x))] \Leftrightarrow (\exists x)(\sim p(x))$: "trocou o quantificador universal "$\forall$" pelo existencial "$\exists$" e negou o predicado $p(x)$".

II. $\sim[(\exists x)(p(x))] \Leftrightarrow (\exists x)(\sim p(x))$: "**NÃO** trocou o quantificador existencial "$\exists$" pelo universal "$\forall$", mas negou o predicado $p(x)$".

III. $\sim[(\exists x)(p(x))] \Leftrightarrow (\forall x)(\sim p(x))$: "trocou o quantificador existencial "$\exists$" pelo universal "$\forall$", mas negou o predicado $p(x)$".

Portanto, as ***negações*** só ocorreram de maneira ***correta***, nas opções **I** e **III**.

Gabarito, letra "B"