## Analista Tributário da Receita Federal do Brasil– ESAF - 2012

**01.** A negação da proposição “se Paulo estuda, então Marta é atleta” é logicamente equivalente à proposição:
a) Paulo não estuda e Marta não é atleta.
b) Paulo estuda e Marta não é atleta.
c) Paulo estuda ou Marta não é atleta.
d) se Paulo não estuda, então Marta não é atleta.
e) Paulo não estuda ou Marta não é atleta.

**Resolução:**

A ***negação*** de uma ***condicional*** do tipo: “**Se *A*, então *B***” ($A \to B$) será da forma:

$$\sim(A \to B) \equiv A \wedge \sim B$$

Ou seja, para ***negarmos*** uma ***proposição composta*** representada por uma ***condicional***, devemos ***confirmar*** sua ***primeira parte*** (“*A*”), ***trocar*** o ***conectivo condicional*** (“$\to$”) pelo ***conectivo conjunção*** (“$\wedge$”) e ***negarmos*** sua ***segunda parte*** (“**~ *B***”). Assim, teremos:

$$\sim(\text{se } \underbrace{\textit{Paulo estuda}}_{A}, \underbrace{\text{então}}_{\to} \underbrace{\textit{Marta é atleta}}_{B}) \equiv \underbrace{\textit{Paulo estuda}}_{A} \underbrace{\text{e}}_{\wedge} \underbrace{\textit{Marta não é atleta}}_{\sim B}.$$

Portanto, **gabarito letra “b”**.

**02.** Se Paulo é irmão de Ana, então Natália é prima de Carlos. Se Natália é prima de Carlos, então Marta não é mãe de Rodrigo. Se Marta não é mãe de Rodrigo, então Leila é tia de Maria. Ora, Leila não é tia de Maria. Logo

a) Marta não é mãe de Rodrigo e Paulo é irmão de Ana.
b) Marta é mãe de Rodrigo e Natália é prima de Carlos.
c) Marta não é mãe de Rodrigo e Natália é prima de Carlos.
d) Marta é mãe de Rodrigo e Paulo não é irmão de Ana.
e) Natália não é prima de Carlos e Marta não é mãe de Rodrigo.

**Resolução:**

Seja o seguinte ***argumento*** formado pelas ***premissas*** $P_1$, $P_2$, $P_3$ e $P_4$.

$P_1$: Se Paulo é irmão de Ana, então Natália é prima de Carlos.
$P_2$: Se Natália é prima de Carlos, então Marta não é mãe de Rodrigo.
$P_3$: Se Marta não é mãe de Rodrigo, então Leila é tia de Maria.
$P_4$: Leila não é tia de Maria.

Para que esse ***argumento*** seja ***válido***, devemos considerar que todas essas ***premissas*** sejam ***verdadeiras***.

$$P_1: \text{Paulo é irmão de Ana} \rightarrow \text{Natália é prima de Carlos}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(V)$$
$$P_2: \text{Natália é prima de Carlos} \rightarrow \text{Marta não é mãe de Rodrigo}\ldots\ldots(V)$$
$$P_3: \text{Marta não é mãe de Rodrigo} \rightarrow \text{Leila é tia de Maria}\ldots\ldots\ldots\ldots(V)$$
$$P_4: \text{Leila não é tia de Maria}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(V)$$

Utilizaremos o ***método*** das ***atribuições de valores*** para determinarmos os ***valores lógicos*** das ***proposições simples*** que compõe as ***condicionais*** apresentadas nas ***premissas*** $P_1$, $P_2$ e $P_3$.

Sabendo-se que a ***premissa*** $\mathbf{P_4}$, formada pela ***proposição simples*** “Leila não é tia de Maria” é ***verdadeira*** (**1º passo**), então a **2ª parte** da ***condicional*** apresentada na ***premissa*** $\mathbf{P_3}$ será ***falsa*** (**2º passo**).

$$P_1: \text{Paulo é irmão de Ana} \rightarrow \text{Natália é prima de Carlos.}$$
$$P_2: \text{Natália é prima de Carlos} \rightarrow \text{Marta não é mãe de Rodrigo.}$$
$$P_3: \text{Marta não é mãe de Rodrigo} \rightarrow \underbrace{\text{Leila é tia de Maria}}_{\mathbf{F}\,(2^o\ \text{passo})}.$$
$$P_4: \underbrace{\text{Leila não é tia de Maria}}_{\mathbf{V}\,(1^o\ \text{passo})}.$$

Sendo ***falsa*** a **2ª parte** da ***condicional*** da ***premissa*** $\mathbf{P_3}$, então sua **1ª parte** também deverá ser ***falsa*** (**3º passo**) e, tal resultado confirmará também como ***falsa***, a **2ª parte** da ***condicional*** da ***premissa*** $\mathbf{P_2}$ (**4º passo**).

$P_1$ : Paulo é irmão de Ana $\rightarrow$ Natália é prima de Carlos.

$P_2$ : Natália é prima de Carlos $\rightarrow \underbrace{\text{Marta não é mãe de Rodrigo}}_{\mathbf{F}\ (4^{\circ}\ \text{passo})}$.

$P_3$ : $\underbrace{\text{Marta não é mãe de Rodrigo}}_{\mathbf{F}\ (3^{\circ}\ \text{passo})} \rightarrow \underbrace{\text{Leila é tia de Maria}}_{\mathbf{F}\ (2^{\circ}\ \text{passo})}$.

$P_4$ : $\underbrace{\text{Leila não é tia de Maria}}_{\mathbf{V}\ (1^{\circ}\ \text{passo})}$.

De maneira análoga, confirmaremos como ***falsa*** a **1ª parte** da ***condicional*** da ***premissa*** **$P_2$ (<u>5º passo</u>)** o que tornará, também ***falsa***, a **2ª parte** da ***condicional*** da ***premissa*** **P1 (<u>6º passo</u>)**. Como já é sabido, sempre que confirmamos como ***falsa*** a **2ª parte** de uma ***condicional***, devemos confirmar também como ***falsa***, sua ***1ª parte*** **(<u>7º passo</u>)**. Assim, teremos:

$P_1$ : $\underbrace{\text{Paulo é irmão de Ana}}_{\mathbf{F}\ (7^{\circ}\ \text{passo})} \rightarrow \underbrace{\text{Natália é prima de Carlos}}_{\mathbf{F}\ (6^{\circ}\ \text{passo})}$.

$P_2$ : $\underbrace{\text{Natália é prima de Carlos}}_{\mathbf{F}\ (5^{\circ}\ \text{passo})} \rightarrow \underbrace{\text{Marta não é mãe de Rodrigo}}_{\mathbf{F}\ (4^{\circ}\ \text{passo})}$.

$P_3$ : $\underbrace{\text{Marta não é mãe de Rodrigo}}_{\mathbf{F}\ (3^{\circ}\ \text{passo})} \rightarrow \underbrace{\text{Leila é tia de Maria}}_{\mathbf{F}\ (2^{\circ}\ \text{passo})}$.

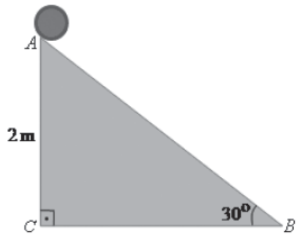
$P_4$ : $\underbrace{\text{Leila não é tia de Maria}}_{\mathbf{V}\ (1^{\circ}\ \text{passo})}$.

Logo, têm-se que: "Paulo **não é** irmão de Ana"; "Natália **não é** prima de Carlos"; "Marta **é** mãe de Rodrigo" e "Leila não é tia de Maria".

Portanto, **gabarito letra "b"**.

**03.** Uma esfera foi liberada no ponto *A* de uma rampa. Sabendo-se que o ponto *A* está a 2 metros do solo e que o caminho percorrido pela esfera é exatamente a hipotenusa do triângulo retângulo da figura abaixo, determinar a distância que a esfera percorreu até atingir o solo no ponto *B*.

a) 5 metros
b) 3 metros
c) 4 metros
d) 6 metros
e) 7 metros




**Resolução:**

Sendo o ***triângulo ABC***, ***retângulo*** em ***C***, então, os lados ***AC*** e ***BC*** serão os ***catetos*** desse ***triângulo retângulo*** e, ***AB***, sua ***hipotenusa***.

Para determinarmos a distância que a esfera percorreu até atingir o solo, devemos determinar o ***comprimento AB*** desse ***triângulo retângulo***, ou seja, sua ***hipotenusa***. Sendo dado o ângulo de 30º referente ao ***vértice B***, logo chamaremos o lado ***AC*** de ***cateto oposto*** a esse ângulo de 30º. Assim, utilizando-se da relação do seno desse ângulo, tem-se:

$$\text{sen } 30^{\circ} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

É sabido que sen 30º = 0,5 e que, o cateto oposto a esse ângulo, (lado $AC$) vale 2 m, logo, teremos, para o lado $AB$:

$$\text{sen } 30^{\circ} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \quad \Rightarrow \quad 0{,}5 = \frac{2}{AB} \quad \Rightarrow \quad AB = \frac{2}{0{,}5} \quad \Rightarrow \quad AB = 4\text{m}$$

Portanto, **gabarito letra “c”**.

**04.** Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, o determinante de $A^5$ é igual a:

a) 20.
b) 28.
c) 32.
d) 30.
e) 25.

**Resolução:**

Para determinarmos a ***potência*** de uma ***matriz quadrada***, utilizamos dos seguintes passos:
**1º passo:** achar o determinante da matriz quadrada de ordem 2.

$$det\ (A) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2 \times 1 - 1 \times 0 = 2 - 0 = 2$$

**2º passo:** elevar a 5ª potência o determinante encontrado.

$$det\ (A^5) = 2^5 = 32$$

**Obs.:** uma ***matriz*** é dita ***quadrada***, quando o ***número de linhas*** é ***igual*** ao ***número de colunas***.

Portanto, **gabarito letra "c"**.

**05.** A variância da amostra formada pelos valores 2, 3, 1, 4, 5 e 3 é igual a:
a) 3.
b) 2.
c) 1.
d) 4.
e) 5.

**Resolução:**

Para determinarmos a variância de uma determinada amostra, seguiremos os seguintes passos:

**1º passo:** Inicialmente, determinaremos a ***média aritmética*** ( $\bar{x}$ ) dos valores mencionados: 2, 3, 1, 4, 5 e 3

$\bar{x} = \frac{\sum n}{n}$, onde "$\sum x$" representa o somatório dos valores dados e "$n$" o número de elementos dados.

$$\bar{x} = \frac{\sum n}{n} \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = \frac{2+3+1+4+5+3}{6} \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = \frac{18}{6} \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = 3$$

**2º passo:** A seguir, determinaremos o ***desvio médio*** ($x - \bar{x}$) de cada valor, considerando igual a 3 o valor da ***média aritmética*** ( $\bar{x}$ ):

| $x$ | 2 | 3 | 1 | 4 | 5 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x - \bar{x}$ | 2 – 3 = –1 | 3 – 3 = 0 | 1 – 3 = –2 | 4 – 3 = 1 | 5 – 3 = 2 | 3 – 3 = 0 |

**3º passo:** Elevaremos ao quadrado, os resultados obtidos nos respectivos desvios médios.

| $x$ | 2 | 3 | 1 | 4 | 5 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x - \bar{x}$ | 2 – 3 = –1 | 3 – 3 = 0 | 1 – 3 = –2 | 4 – 3 = 1 | 5 – 3 = 2 | 3 – 3 = 0 |
| $(x - \bar{x})^2$ | $(-1)^2 = 1$ | $0^2 = 0$ | $(-2)^2 = 4$ | $1^2 = 1$ | $2^2 = 4$ | $0^2 = 0$ |

**4º passo:** Somaremos os resultados obtidos dos valores encontrados anteriormente.

| $x$ | 2 | 3 | 1 | 4 | 5 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x - \bar{x}$ | 2 – 3 = –1 | 3 – 3 = 0 | 1 – 3 = –2 | 4 – 3 = 1 | 5 – 3 = 2 | 3 – 3 = 0 |
| $(x - \bar{x})^2$ | $(-1)^2 = 1$ | $0^2 = 0$ | $(-2)^2 = 4$ | $1^2 = 1$ | $2^2 = 4$ | $0^2 = 0$ |
| $\sum(x-\bar{x})^2$ | 1 + 0 + 4+ 1 + 4 + 0 = 10 | | | | | |

**5º passo:** E, por último, dividiremos o resultado obtido no **4º passo** por "***n* – 1**".

$$variância = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1} \quad \Rightarrow \quad variância = \frac{10}{6-1} \quad \Rightarrow \quad variância = \frac{10}{5} \quad \Rightarrow \quad variância = 2$$

Portanto, **gabarito letra "b"**.

**06.** O Ministério da Fazenda pretende selecionar ao acaso 3 analistas para executar um trabalho na área de tributos. Esses 3 analistas serão selecionados de um grupo composto por 6 homens e 4 mulheres. A probabilidade de os 3 analistas serem do mesmo sexo é igual a

a) 40%.
b) 50%.
c) 30%.
d) 20%.
e) 60%.

**Resolução:**

A ***probabilidade*** a ser encontrada será expressa por: P(**H**$\cap$**H**$\cap$**H**) ou P(**M**$\cap$**M**$\cap$**M**). Se o grupo é composto por um total de 10 analistas (espaço amostral), sendo 6 homens e 4 mulheres, então teremos a seguinte ***possibilidade***:

$$P(\mathbf{H}_1 \cap \mathbf{H}_2 \cap \mathbf{H}_3) \text{ ou } P(\mathbf{M}_1 \cap \mathbf{M}_2 \cap \mathbf{M}_3) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} + \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8}$$

$$P(\mathbf{H}_1 \cap \mathbf{H}_2 \cap \mathbf{H}_3) \text{ ou } P(\mathbf{M}_1 \cap \mathbf{M}_2 \cap \mathbf{M}_3) = \frac{120}{720} + \frac{24}{720} = \frac{144^{\div 72}}{720_{\div 72}} = \frac{2}{10} = 0{,}2 \text{ } \mathit{ou} \text{ } 20\%$$

Portanto, **gabarito letra “d”**.

**07.** Marta aplicou R$ 10.000,00 em um banco por 5 meses, a uma taxa de juros simples de 2% ao mês. Após esses 5 meses, o montante foi resgatado e aplicado em outro banco por mais 2 meses, a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O valor dos juros da segunda etapa da aplicação é igual a
a) R$ 221,10.
b) R$ 220,00.
c) R$ 252,20.
d) R$ 212,20.
e) R$ 211,10.

**Resolução:**

Inicialmente, determinaremos o ***montante*** produzido pela aplicação do ***capital*** de R$ 10.000,00 a uma ***taxa de juros simples*** de 2% ao mês pelo ***período*** de 5 meses:

$M = C(1 + i.t) \quad \Rightarrow \quad M = 10.000(1 + 0{,}02.5) \quad \Rightarrow \quad M = 10.000(1 + 0{,}1)$

$M = 10.000(1{,}1) \quad \Rightarrow \quad M = R\$\ 11.000{,}00$

Aplicando-se o montante obtido (R$ 11.000,00) por um período de 2 meses a juros compostos, a uma taxa de 1% ao mês, obteremos como montante final, o valor de:

$M = C(1 + i)^t \quad \Rightarrow \quad M = 11.000(1 + 0{,}01)^2 \quad \Rightarrow \quad M = 11.000(1{,}01)^2$

$M = 11.000(1{,}0201) \quad \Rightarrow \quad M = R\$\ 11.221{,}10$

Logo, os juros auferidos pela segunda aplicação será de:

$J = M - C \quad \Rightarrow \quad J = 11221{,}10 - 11000 \quad \Rightarrow \quad J = R\$\ 221{,}10$

Portanto, **gabarito letra "a"**.

**08.** Um título de R$ 20.000,00 foi descontado 4 meses antes do seu vencimento, a uma taxa de desconto comercial simples de 5% ao mês. A taxa efetiva mensal de juros simples dessa operação é igual a
a) 6,50%.
b) 5,50%.
c) 5,25%.
d) 6,00%.
e) 6,25%.

**Resolução:**

Dados do enunciado: $\begin{cases} N = R\$\ 20.000,00 \\ t = 4 \text{ meses} \\ A = ? \\ i = 5\%\ a.m \end{cases}$

Para o ***desconto simples*** **"*por fora*"**, teremos:

$$d = \frac{Nit}{100} \Rightarrow d = \frac{20.0\cancel{00} \times 5 \times 4}{1\cancel{00}} \Rightarrow d = 200 \times 20 \Rightarrow d = R\$\ 4.000,00$$

Seja qualquer ***desconto simples*** dado por:

$$d_s = N - A \Rightarrow d_s = 20.000 - 4.000 \Rightarrow d_s = R\$\ 16.000,00\ (\textit{valor atual})$$

Para calcularmos a ***taxa efetiva***, devemos considerar que o ***valor atual*** (R$ 16.000,00) represente o ***capital*** a ser aplicado para que seja resgatado um ***montante*** de R$ 20.000,00, sendo aplicada uma ***taxa de juros simples*** (***taxa efetiva***), durante o mesmo período de 4 meses.

$$M = C(1 + i.t) \Rightarrow 20.000 = 16.000(1 + i.4) \Rightarrow \frac{20.000}{16.000} = 1 + 4i$$

$$\Rightarrow 1.25 = 1 + 4i \Rightarrow 1.25 - 1 = 4i \Rightarrow 0.25 = 4i \Rightarrow i = \frac{0,25}{4}$$

$i = 0,0625$ ou $i = 0,0625 \times 100\% = 6,25\%\ a.m.$

Portanto, **gabarito letra "e"**.

**09.** Para construir 120 $m^2$ de um muro em 2 dias, são necessários 6 pedreiros. Trabalhando no mesmo ritmo, o número de pedreiros necessários para construir 210 $m^2$ desse mesmo muro em 3 dias é igual a:
a) 2.
b) 4.
c) 3.
d) 5.
e) 7.

**Resolução:**

**1º passo:** organizar as grandezas semelhantes em colunas, denotando o significado de cada uma delas.

| ***serviço*** | ***tempo (dias)*** | ***funcionários*** |
|---|---|---|
| 120 $m^2$ | 2 | 6 |
| 210 $m^2$ | 3 | $x$ |

**2º passo:** verificar se as demais grandezas, em relação à grandeza onde se encontra a variável "$x$", se são ***diretamente*** ou ***inversamente proporcionais*** as mesmas.

Inicialmente, devemos observar que a grandeza que se encontra a variável "$x$" é o ***tempo***.
• ***serviço*** $\times$ ***tempo***: grandezas ***diretamente proporcionais*** já que, ***aumentando-se*** a quantidade de serviço, ***aumentará*** o tempo de trabalho.
• ***operários*** $\times$ ***tempo***: grandezas ***inversamente proporcionais*** já que, ***aumentando-se*** o tempo de serviço, ***diminuirá*** a quantidade de funcionários.

**3º passo:** simplificar se possível, os valores das grandezas que se encontram em uma mesma coluna, ambos por um mesmo valor.

| ***serviço*** | ***tempo (dias)*** | ***funcionários*** |
|---|---|---|
| 120 $m^2$ $(\div 30)$ | 2 | 6 |
| 210 $m^2$ $(\div 30)$ | 3 | $x$ |

Após as devidas simplificações...

| ***serviço*** | ***tempo (dias)*** | ***funcionários*** |
|---|---|---|
| 4 $m^2$ | 2 | 6 |
| 7 $m^2$ | 3 | $x$ |

**4º passo:** utilizar qualquer método resolutivo.

O método a ser utilizado é conhecido como o ***produto das pontas***. Esse método consiste da seguinte resolução:

a) coloca-se, inicialmente uma seta direcionada à variável “*x*”.

| ***serviço*** | ***tempo (dias)*** | ***funcionários*** |
|---|---|---|
| $4\ m^2$ | 2 | 6 |
| | | $\downarrow$ |
| $7\ m^2$ | 3 | $x$ |

b) De acordo com o **2º passo**, colocaremos setas no ***mesmo sentido*** da ***seta da variável “x”*** se as ***grandezas*** forem ***diretamente proporcionais*** a esta; caso sejam ***inversamente proporcionais***, as setas terão ***sentidos opostos***. Ou seja, ***grandezas diretamente proporcionais***, ***setas no mesmo sentido***; ***grandezas inversamente proporcionais***, ***setas no sentido inverso a da variável “x”***.

| ***serviço*** | ***tempo (dias)*** | ***funcionários*** |
|---|---|---|
| $4\ m^2$ | 2 | 6 |
| $\downarrow$ | $\uparrow$ | $\downarrow$ |
| $7\ m^2$ | 3 | $x$ |

c) Aplicando-se a ***fórmula*** que define **o valor de “x”** pelo ***produto das pontas***:

$$\boxed{x = \textbf{valor}\ \text{da coluna da variável}\ "x" \times \frac{\boldsymbol{\textit{produto}}\ \text{dos valores das}\ \boldsymbol{\textit{pontas das setas}}}{\boldsymbol{\textit{produto}}\ \text{dos valores}\ \boldsymbol{\textit{opostos às pontas das setas}}}}$$

$$x = 6 \times \frac{2 \times 7}{3 \times 4} \quad \Rightarrow \quad x = 7\ \textit{funcionários}$$

Portanto, **gabarito letra “e”**.

**10.** Em um tanque há 3 torneiras. A primeira enche o tanque em 5 horas, a segunda, em 8 horas, já a terceira o esvazia em 4 horas. Abrindo-se as 3 torneiras ao mesmo tempo e estando o tanque vazio, em quanto tempo o tanque ficará cheio?

a) 10 horas e 40 minutos
b) 13 horas e 20 minutos
c) 14 horas e 30 minutos
d) 11 horas e 50 minutos
e) 12 horas e 10 minutos

**Resolução:**

Observe a seguinte estrutura para a resolução desse tipo de problema:

$$\frac{1}{T_{total}} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} - \frac{1}{R} \quad \text{onde} \quad \begin{cases} T_1 = 5 \text{ horas (tempo de enchimento da } 1^a \text{ torneira)} \\ T_2 = 8 \text{ horas (tempo de enchimento da } 2^a \text{ torneira)} \\ R = 4 \text{ horas (tempo de escoamento do ralo)} \end{cases}$$

**Observações:**

a) todos os ***antecedentes*** (***numeradores***) deverão ser iguais a **1** (iguais a unidade) , já que representam o ***tanque completamente preenchido***.

b) todos os ***consequentes*** (***denominadores***) serão representados pelos respectivos ***tempos de escoamentos***, porém, para as ***vazões*** das ***torneiras***, os mesmos deverão ser ***positivos*** e, para ***vazões*** dos respectivos ***ralos***, ***negativos***.

Substituindo, teremos:

$$\frac{1}{T_{total}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{8} - \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad mmc(4;5;8) = 40 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{T_{total}} = \frac{8+5-10}{40}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{T_{total}} = \frac{3}{40} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{\frac{T_{total}}{1} = \frac{40}{3}}_{\substack{invertendo \\ as\ frações}} \quad \Rightarrow \quad T_{total} = \frac{39}{3}\text{h} + \frac{1}{3}\text{h} \quad \Rightarrow \quad T_{total} = 13\text{ h} + \frac{1}{3} \times 60 \text{ min}$$

$$\Rightarrow \quad T_{total} = 13\text{ h} + 20 \text{ min}$$

Portanto, **gabarito letra "b"**.